PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

JUNIO 2001

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contestar de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre cuatro.

OPCIÓN A

1º) Se considera el conjunto M de matrices de números reales de la forma $M = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ con $a^2 + b^2 = 1$.

a) Demostrar que tiene inversa y calcularla.

b) Demostrar que si se multiplican dos matrices de M se obtiene otra matriz de M.

2º) Determinar los puntos de la curva $y^2 = 4x$ que están a distancia mínima del punto $P(4,\ 0)$.

3º) Comprobar que las rectas $\begin{cases} r \equiv (x,\ y,\ z) = (3,\ -4,\ 0) + a(2,\ -3,\ -2) \\ s \equiv (x,\ y,\ z) = (-7,\ 1,\ 2) + b(4,\ -1,\ 0) \end{cases}$ se cortan en un punto. Hallar la ecuación general del plano π que determinan.

4º) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{sen\ x} & si\ \ x \neq 0 \\ 0 & si\ \ x = 0 \end{cases}$ definida en el siguiente intervalo: $\left[-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2} \right]$. Demostrar que es continua en el intervalo.

****

OPCIÓN B

1º) Hallar el valor de k de manera que el sistema $\left.\begin{array}{l} 2x + 3y - 4z = 0 \\ x - ky + 3z = 0 \\ 3x - ky + 2z = 0 \end{array}\right\}$ sea compatible indeterminado.

2º) Demostrar que el polinomio $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = 1$ tiene una única raíz positiva.

3º) Hallar el área de la región limitada por las curvas $y = e^x$, $y = e^{-x}$ y la recta x = 1.

4º) Hallar la ecuación vectorial de la recta t que es perpendicular simultáneamente a las rectas $r \equiv x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$ y $s \equiv x+1 = y = \frac{z}{2}$.

****